

学生番号 ( ) 氏名 ( )

次の問題文中, 特に示されていない場合,  $k$  はボルツマン定数,  $a_0$  はボーア半径,  $T$  は絶対温度,  $c$  は光の速度,  $\lambda$  は波長,  $p$  は運動量を意味する.

[1] (1) 次の文章の空欄 [ ] を埋める言葉、文章、あるいは数式を答えよ.

シュレディンガー方程式を  $H\Psi = E\Psi$  のように書くと, これがつぎの形の方程式つまり

[ ① ] 式であることがわかる.

$$(\text{演算子})(\text{関数}) = (\text{定数因子}) \times (\text{同じ関数}) \quad \text{式(1)}$$

一般的な演算子を  $\hat{\Omega}$ , 定数因子を  $\omega$  で表すと, このことは,

$$\hat{\Omega}\Psi = \omega\Psi \quad \text{式(2)}$$

のように表現することも可能である. 因子  $\omega$  を演算子  $\hat{\Omega}$  の [ ② ] という. シュレディンガー方程式の [ ② ] は [ ③ ] である.

関数  $\Psi$  を [ ④ ] といい, 固有値に応じて異なる.

(2) 次の関数のどれが演算子  $\frac{d}{dx}$  の固有関数であるかを調べよ.

(a)  $e^{ikx}$ , (b)  $\cos kx$ , (c)  $k$ , (d)  $kx$ , (e)  $e^{-ax^2}$ .

固有関数であるものについては, その固有値を求めよ.

[2] 次の文章の空欄 [ ] に適当な言葉、文、あるいは数式を入れて文章を完成させなさい。

(a) ドイツの物理学者プランクは、黒体放射を熱力学の立場から研究した。彼は、1900年に、個々の電磁振動子のエネルギーが [1 ] な値に限られていて、任意に変化されることはできないと考えれば、実験的な観測結果を説明できることを見いだした。この提案は、考えられるあらゆるエネルギーが許されている [2 ] の見地とは全く相容れない。エネルギーを [1] な値に限定することをエネルギーの [3 ] という。具体的には、プランクは、振動数の電磁振動子に許されるエネルギーが  $h\nu$  の整数倍であると想定すれば、実測のエネルギー分布を説明できることを見いだした。

$$[4 ] \quad n=0, 1, 2, \dots \quad \text{式(1)}$$

この式中の  $h$  はある基本定数で、いまではプランク定数として知られている。

(b) 電磁放射線が、古典的には粒子が持つはずの特性を持っているばかりでなく、電子や他の全ての粒子が古典的には波が持つはずの特性を持っていると結論しなければならない。物質と放射線が持つこの [5 ] と [6 ] とが合わさった特性のことを波-粒子 [7 ] という。[7] は、粒子と波を全く異なる実在として扱っている古典物理学の心臓部を突き破る。電磁放射線のエネルギーと物質のエネルギーを連続的に変化させることはできず、小さな物体に対してはエネルギーの [8 ] が非常に重要であることも学んだ。これと対照的に、古典力学ではエネルギーは [9 ] に変えることができることになっている。

(c) 量子力学では、物体は明確な道筋に沿って運動するのではなく、空間に [10 ] しているものであると考えることによって、物質の波-粒子二重性を事実として受け入れる。量子力学の中で古典的な軌跡の概念に取って代わる波のことを [11 ] (プサイ) という。

オーストリアの物理学者 [12 ] は、任意の系の波動関数を求めるための方程式を提出した。エネルギー  $E$  を持って一次元で運動している質量  $m$  の粒子に対する、時間に依存しない [12] 方程式は、次式のようになる。

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + V(x)\Psi = [13 ] \quad \text{式(2)}$$

$V(x)$  という因子は、点  $x$  における粒子の [14 ] である。  $\hbar$  は以下に示すプランク定数の便利な変形である。

$$\hbar = [15 ] = 1.054 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{式(3)}$$

【3】古典物理学においては、瞬間瞬間の粒子の位置と運動量を精確に指定することによって、その粒子の精確な軌跡を予測することができる。また、並進、回転、および振動の運動モードは、加えられた力を制御しさえすれば任意の大きさのエネルギーに励起できる。しかし、非常にわずかな量のエネルギー移動や非常に質量の小さい物体に当てはめるときには、古典力学は破綻することが明らかとなった。原子や分子の世界を支配しているのは量子力学である。

(問1) 古典力学の概念が受け入れられないことを示した次の実験的な証拠について簡単に説明せよ。

(a)黒体放射

(b)熱容量

(問2) 黒体放射や熱容量における古典力学の破綻から、電磁波のエネルギーや振動している原子のエネルギーが量子化されていることが実験的・理論的に明らかとなった。さらに、この世界の本質にかかわる重要な概念を修正させる原因となった次ぎの2つの実験について説明せよ。

(a)光電効果

(b)電子線回折

[4] (1) 波動関数が満たすべき3つの条件を挙げ、それぞれについて簡単に説明せよ。

図2の4つの関数は、波動関数として許されない例である。(a)から(d)のそれぞれについて、どう  
いう理由で波動関数として許されないのか説明せよ。

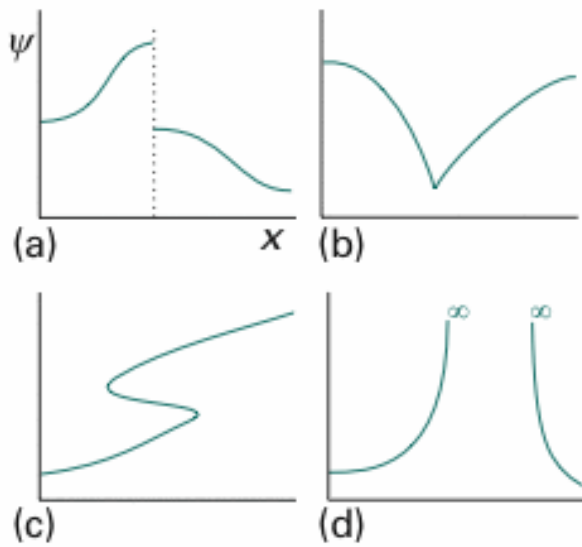


図2. 波動関数として許されない関数の例