無機化学 2012年4月~2012年8月

水曜日1時間目114M講義室 第8回 6月13日

角運動量とスピン・水素原子の構造と原子スペクトル

5月30日の補講は6月22日3時限目118M講義室で行います。

担当教員:福井大学大学院工学研究科生物応用化学専攻

教授 前田史郎

E-mail:smaeda@u-fukui.ac.jp

URL:http://acbio2.acbio.u-fukui.ac.jp/phychem/maeda/kougi

教科書:アトキンス物理化学(第8版)、東京化学同人

主に8・9章を解説するとともに10章・11章・12章を概要する

6月6日

シュテルンとゲルラッハの実験によって、電子スピンは整数値 ではなく、半整数の1/2であることが明らかとなった。シュテルンと ゲルラッハの実験を図示して簡単に説明し、電子スピンが1/2で ある根拠を説明せよ。

[1]Agの最外殻電子がs電子であり、軌道角運動量を持たない、 すなわち軌道角運動量を持たないのに磁気的な相互作用を示した.

[2]角運動量をJとすると、J(J+1)本に分裂する. 2本に分裂したことは、角運動量が1/2でなければならない. これは、通常の軌道角運動量が整数値を持つことからは予想外の結果であった.

9・8 スピン

318

1

1922年に、シュテルンとゲルラッハは角運動量の空間量子化を 確かめる実験を行なった.彼らは、銀の原子線を不均一な磁場の 中へ入射させた.原子核のまわりを、負の電荷を帯びた電子が回 転するならば、小さな磁石として振る舞い、磁場と相互作用するで あろう.そして、古典力学と量子力学では、異なる実験結果が得ら れると予想された.



古典力学と量子力学で予想される結果は次のようになる.

古典力学・・・角運動量の配向はどんな値でも取れるので, 幅広い帯状になるであろう.

量子力学・・・角運動量は空間量子化されているので、離散的な

配向しか取ることができないので,数本の鋭い

2

318

原子の帯が観測されるであろう.



シュテルンとゲルラッハの実験から、

318

Ag原子ビームの2本の帯

が観測された. 古典力学から予想される結果とは明らかに違った. しかし, 量子力学から予想された結果とも少し食い違っていた. 軌 道(オービタル)角運動量の大きさと z 成分は, 次のように量子化さ れている.

角運動量の大きさ= $\sqrt{l(l+1)}\hbar$, l=0,1,2,...

角運動量の z 成分 = $m_l\hbar$, $m_l = -l, -l+1, ..., l-1, l$

すなわち,角運動量は空間量子化されており,21+1個の配向を 生じる. Ag原子ビームが2本に分裂するのなら,1=1/2になるが, 1は0を含む正の整数でなければならないことと矛盾する.



シュテルンとゲルラッハの実験結果は、彼らが観測していたの は軌道(オービタル)角運動量ではなく、電子の自分自身の軸の 周りの回転運動から生じるものであるという提案によって解決さ れた.新しい物理量であるスピン角運動量の発見である.

軌道(オービタル)角運動量と区別するために、次のような記号 が用いられる.

	量子数	<i>z</i> 軸成分
軌道(オービタル)角運動量	l	m_l
スピン角運動量	S	m _s

318

5

Ag : $[Kr]4d^{10}5s^1$

価電子は l=0の s 電子が1つ. l=0 すなわち軌道角運動量=0.

軌道回転運動に起因する磁気的な性質は持たない.しかし,シュテ ルンとゲルラッハの実験は,巨視的な磁石と同じ振る舞いを示した.

電子に、軌道角運動量以外の新しい角運動量の寄与がある.

スピン角運動量

授業内容

- 1回 元素と周期表・量子力学の起源
- 2回 波と粒子の二重性・シュレディンガー方程式・波動関数の ボルンの解釈
- 3回 並進運動:箱の中の粒子・振動運動:調和振動子・ 回転運動:球面調和関数
- 4回 角運動量とスピン・水素原子の構造と原子スペクトル
- 5回 多電子原子の構造・典型元素と遷移元素
- 6回 種々の化学結合:共有結合・原子価結合法と分子軌道法
- 7回 種々の化学結合:イオン結合・配位結合・金属結合
- 8回 分子の対称性(1)対称操作と対称要素
- 9回 分子の対称性(2)分子の対称による分類・構造異性と立体異性
- 10回 結晶構造(1)7晶系とブラベ格子・ミラー指数
- 11回 結晶構造(2)種々の結晶格子・X線回折
- 12回 遷移金属錯体の構造・電子構造・分光特性
- 13回 非金属元素の化学
- 14回 典型元素の化学
- 15回 遷移元素の化学

10章 原子構造と原子スペクトル

10・1 水素型原子の構造

原子番号がZ, すなわち核電荷がZe⁺の水素型原子の中の 電子のクーロンポテンシャルは, ____

 $V = -\frac{Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r}$ $N \equiv \mathcal{N} \vdash = \mathcal{P} \lor \mathsf{I} \ddagger$ $\mathcal{H} = E_{kk} + E_{k \equiv \mathcal{F}} + V$ $= -\frac{\hbar^{2}}{2m_{N}} \nabla_{N}^{2} - \frac{\hbar^{2}}{2m_{e}} \nabla_{e}^{2} - \frac{Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r}$ $\nabla^{2} = \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}$

334

9

Ze⁺

x

 m_N

333

(b)動径部分に対する解

動径部分の解はラゲールの陪多項式を用いて表される.

$$R_{n,l}(r) = N_{n,l} (\frac{\rho}{n})^l L_{n,l} e^{-\frac{\rho}{2n}} \qquad (10.14)$$

ここで,

$$\rho = \frac{2Zr}{a_0}, \qquad a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$$

*R*は*r*^{*l*}に比例するので,*l*=0のとき(s軌道)以外は原子核の位置でゼロになる.

s電子以外は原子核と相互作用を持たない.したがって, 電子と原子核の相互作用を考えるときは,他の電子は無視 して,s電子だけを考慮すれば良い.

$$\Psi(r,\theta,\phi) = \underline{R_r(r)} Y_{l,m}(\theta,\phi)$$
(10.7)
動径波動関数 球面調和関数

水素型原子の1電子波動関数は,動径部分と角度部分に変数分 離できる.

(1)角度部分: $\theta \geq \phi$ の関数 $Y(\theta, \phi)$

角度部分のシュレディンガー方程式は、3次元の剛体回転子の 問題と同じであり、解は球面調和関数である.

(2)動径部分: rだけの関数R(r)

動径部分の解はラゲールの陪多項式を用いて表される.

表10.1 水素型原子の動径波動関数

10

333

 Table 10.1 Hydrogenic radial wavefunctions

335



 $\rho = (2Z/na)r$ with $a = 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2/\mu e^2$. For an infinitely heavy nucleus (or one that may be assumed to be so), $\mu = m_e$ and $a = a_0$, the Bohr radius. The full wavefunction is obtained by multiplying *R* by the appropriate *Y* given in Table 9.3.



EX

337-338

10・2 原子オービタルとそのエネルギー

(a)エネルギー準位

原子オービタルは原子内の電子に対する1電子波動関数である. 水素型原子オービタルは, *n*, *l*, *m*,という3つの量子数で定義される.

主量子数: 角運動量量子数(方位量子数): $n = 1, 2, 3 \cdots$ 角運動量量子数(方位量子数): $l = 0, 1, 2, \cdots, n-1$ 磁気量子数: $m_l = -l, -l+1, \cdots, l-1, l$ エネルギー: E_n E_3 E_2 E_1 E_1 E_2 E_1 E_1 E_2 E_1 E_1 E_2 E_2 E_1 E_2 E_2 E_2 E_3 E_2 E_3 E_2 E_3 E_2 E_3 E_2 E_3 E_3 E_2 E_3 E_3 E_2 E_3 E_3 $E_$

15



 $0 \le l \le n-1$ であるから、n, l, m_l , の組み合わせは次の表のよ うになる.

п	l	副殻	m_l	副殻の中のオービタルの数
1	0	1 s	0	1
2	0	2s	0	1
2	1	2 p	0, ±1	3
3	0	3s	0	1
3	1	3 p	0, ±1	3
3	2	3d	$0, \pm 1, \pm 2$	5
				:



図10・8 殻(shell)は**n** で決まる. 副殻(subshell)は / で決まる. 副殻の中のオービタルの数 は2*1*+1個である.

22

340







(d) 原子オービタル

水素型原子の基底状態で占有されるオービタルは1sオービタル である. n=1であるから,必然的に $l = m_l = 0$ となる. Z=1の水素原 子の場合,次のように書ける.

 $\Psi = \frac{1}{\left(\pi a_0^3\right)^{1/2}} e^{-r/a_0} \qquad \begin{cases} n = 1, 2, 5^{+1/2} \\ l = 0, 1, 2, \cdots, n-1 \\ m_l = -l, -l+1, \cdots, l-1, l \end{cases}$

この関数は角度に無関係であって、半径一定のあらゆる点で 同じ値を持つ、つまり球対称である.

電子の確率密度を描写する方法の一つは、|ψ|²を影の濃さ で表現することであるが、最も単純な手法は境界面だけを示す 方法である. この境界面の形は、電子をほぼ90%以上の確率 で含むものである.

(e)動径分布関数

342

25

340

半径rで厚さdrの球殻上のどこかに電子を見いだす確率は,球 対称な1sオービタルの場合,

 $P(r) dr = \Psi^2 4\pi r^2 dr$

である. この関数 $P(r)=4\pi r^2 \Psi^2$ を動径分布関数という. $4\pi r^2 dr dr 4\pi r^2 r c 厚 c dr の球殻の体積 dV c b a.$









x

 $\mathrm{d}\tau = r^2 \sin\theta \,\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi$





$$p_{\pm 1} = R_{2,1}(r)Y_{1,\pm 1}(\theta,\phi) = \mp \frac{1}{8\pi^{1/2}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{2/5} r e^{-Zr/2a_0} \sin \theta e^{\pm i\phi}$$
$$= \mp \frac{1}{2^{1/2}} r \sin \theta e^{\pm i\phi} f(r)$$

この f(r) 依存性をもつ波動関数はz軸のまわりに時計回りか, 反時計回りの角運動量をもつ粒子に対応する. これらの関 数を描くには,実関数になるように一次結合,

 $p_{x} = -\frac{1}{2^{1/2}} (p_{+1} - p_{-1}) = r \sin \theta \cos \phi f(r) = x f(r)$ $p_{y} = \frac{i}{2^{1/2}} (p_{+1} + p_{-1}) = r \sin \theta \sin \phi f(r) = y f(r)$

をとるのが普通である.

345

33

(g) dオービタル

п	l	副殻	m_l	副殻の中のオービタルの数
3	0	3 s	0	1
3	1	3 p	0, ±1	3
3	2	3d	$0, \pm 1, \pm 2$	5

n=3のとき, *l*=0,1,2を取ることができ, このM殻は, 1個の 3sオービタル, 3個の3pオービタル, 5個の3dオービタルか ら成る.

344

$$p_{x} = -\frac{1}{2^{1/2}}(p_{+1} - p_{-1}) = r \sin \theta \cos \phi f(r) = xf(r)$$

$$p_{y} = \frac{i}{2^{1/2}}(p_{+1} + p_{-1}) = r \sin \theta \sin \phi f(r) = yf(r)$$

$$p_{z} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}(Z/a_{0})^{\frac{5}{2}}r \cos \theta^{-\frac{2r}{2a_{0}}} = r \cos \theta f(r) = zf(r)$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& k, \ x \neq x \neq y$$

$$p_{x} \& p_{y} \& p_{x} \& p_{x} \& p_{x} & p_{$$



図10・16 *d*オービタルの境界面. 2つの節面が原子核の位置で 交差し, ローブを分断する. 暗い部分と明るい部分は波動関数の 符号が互いに反対であることを示している.

EΧ

37

〇配位結合

配位結合は共有結合の1種と考えることができる. 通常の共有 結合は, それぞれ電子を1つずつ持ったオービタルどうしの重な りによって形成されるのに対し, 配位結合は, 電子を2つ持った オービタルと電子が入っていないオービタルの重なりによって形 成される. いずれにせよ, 結合が生じると電子を2個(電子対)共 有することになる.

例:塩化アンモニウム NH_4^+ ($H^+ \leftarrow : NH_3$)

金属錯イオン





ヘキサアンミンコバルト(III)イオン

遷移金属錯体の電子エネルギー状態の分裂

遷移金属原子が配位子によって取り囲まれている状態, すなわち金属錯体を考えよう.

中心原子の電子状態は、周りの配位子の静電場の影響を 受ける.そのためにdオービタルのエネルギー状態の縮重 が解けて E_g (d_{x^2} , $d_{x^2-y^2}$)および T_{2g} (d_{xx} , d_{yx} , d_{xy})の2つに分裂 する.ここで、 E_g および T_{2g} はオービタルの対称性を表わ す記号である.





 $[Co(OH_2)_6]^{2+}$



座標軸方向にローブ が伸びている 配位子が座標軸(●) 方向から金属に近づ くとローブに近いので, 静電反発が生じる

40

八面体型六配位の場合,配位子はx,y,z軸 (●)方向から金属イオンに近づく.こ の軸上にローブを持っているのは d_{x^2}, d_{x^2,y^2} のみ.この2つの軌道は配位子との静電 反発でエネルギー状態が高くなる.

四面体型四配位の場合,配位子は正四面 体の頂点方向(●)赤丸の方向から近づ くので相互作用は小さい.





シリカゲル乾燥剤

シリカゲルは吸湿性があり、お菓子など の除湿剤として広く用いられてきた.しかし、 シリカゲルは酸化ケイ素SiO2から構成され ており、水分を吸っても外観からは変化が ないため吸湿したかどうか判断できない. そこで、シリカゲルを塩化コバルトの極めて 薄い溶液で染めて青粒として混入していた. 水分の吸収度合によって色の変化があり、 吸着能力があるかどうか判断できる.青粒 がピンク色になれば吸着能力はなくなった と判断できる.

and the first from

吸湿





Ti³⁺の基底電子配置は3d¹なの で T_{2g} に電子が1つ入っている. この電子がd-d遷移を起こす.



500nm付近の緑色の光を吸収 するので赤色に見える 図14・13 [Ti(OH₂)₆]³⁺の水溶 液の電子吸収スペクトル

乾燥

塩化コバルト試験紙



塩化コバルト(CoCl₂)の水溶液をろ紙にしみこませて乾かした試験 紙. 乾燥していると青色で,水分を吸収すると赤くなる塩化コバルト の性質を利用して、物質に水分が含まれているかを調べることがで きる.







http://chem-sai.web.infoseek.co.jp/cobalt.html

46

コバルト錯体のサーモクロミズム 愛知県立半田高校 自然科学部 1.動機 [Co(H₂O)₆]²⁺(赤色) [CoCl₂(H₂O)₂](青色) 化学実験の本(参考文献①)で、 温度で色が変わる液体について読 み、興味を持った。 2. 概要 Co²⁺、Cl⁻を水に溶かすと、 コバルト錯体ができる。右図のような2種類があり、これらの割合が 変化することによって色が変わる。低温のときは赤色に、高温のとき は青色になる。また、C | ~濃度が高いほど青くなる。 Co²⁺濃度を変化させると、濃さは変わるが、色は変わらないよう に見える。つまり、Co²⁺濃度と2種類の錯体の割合は無関係のよう である。 □化学反応式 (参考文献②から引用) $[Co(H_2O)_6]^{2+} + 2CI^- \rightleftharpoons CoCl_2(H_2O)_2] + 4H_2O + Q kJ (Q < 0)$



□ 溶液: 0.1mol/L CoSO₄ + 0, 2~8mol/L (0.5mol/L間隔) HCl □温度:10~70℃(10℃間隔)※下の写真は10,30,50,70℃のみ ◇測定結果 透光度R・Gは温度が高いほど低く、CI 濃度が高いほど低くなると わかった。吸熱反応であるから高温ほど生成系に進む(赤から青に変わって行く)

感熱液

水75cm³に,塩化アンモニウム20g,塩化コバルト1gを溶かしたもの.





試験管に入れ加熱してみる. 温まると、「青っぽく」変色する. 加熱部分より上が、青くなっている. 加熱をやめ、放置すると、冷えて元の色(赤紫?)に戻る.



http://www.ricen.hokkaido-c.ed.jp/133tyouken,kadaikensyuu/tyouken/sankaku20/041804.html	

345

49

多電子原子の構造

10・4 オービタル近似

多電子原子の波動関数は、すべての電子の座標の非常に 複雑な関数であるが、各電子が、"それぞれ自分の"オービタ ルを占めていると考えることによって、この複雑な波動関数を 各電子の波動関数の積の形で近似することができる。これを オービタル近似という。

 $\Psi(r_1, r_2, r_3, \ldots) \cong \Psi(r_1)\Psi(r_2)\Psi(r_3)\cdots$





10・4 オービタル近似

(b) パウリの排他原理

2個よりも多くの電子が任意に与えられた1つのオービタ ルを占めることはできず、もし、2個の電子が1つのオー ビタルを占めるならば、そのスピンは対になっていなくて はならない.

すなわち、4つの量子数がすべて同じ状態を取ることは できない. (*n*, *l*, *m*)が同じであれば、スピンsが½と-½ の対になっていなければならない.

(c) 浸透と遮蔽	351 352
多電子原子では、2sと2p(一般にすべての副殻)は縮退していない. 電子は他の全ての電子からクーロン反発を受ける、原子核からrの距離にある電子は、半径rの球の内部にある全ての電子によるクーロン反発を受けるが、これは原子核の位置にある負電荷と等価である. この負電荷は、原子核の実効核電荷をZeからZ _{eff} elc引き下げる. $Z_{eff} = Z - \sigma$ ZとZ _{eff} の差を遮蔽定数cという.	遮蔽 a b
浸透と遮蔽の2つの効果によって,多電子原子における副 愛のエネルギーが,一般に,	353 (d)構成原理(Aufbau principle)
s	(1)オービタルが占有される順序は次の通りである.
の順になるという結果がもたらされる. 表10・2 実効核雷荷 Z = Z - σ	1s 2s 2p 3s 3p 4s 3d 4p 5s 4d 5p 6s
$_{eff}$ Z マ スパ 役 宅 ド Z_{eff} Z マ 元素 Z オービタル 遮蔽定数 σ 有効核電荷Z _a	(2)電子はある与えられた副殻のオービタルのどれか1つを二
He 2 1s 0.3125 1.6875	重に占める前に、まず異なるオービタルを占める.
C 6 1s 0.3273 5.6727	(3)基底状態にある原子は、不対電子の数が最高になる配置
2s 2.7834 3.2166	をとる.
2p 2.8642 3.1358	
	2s, [Ν(∠=/):[He]2s²2p _x '2p _y '2p _z '
」とのエネルギー差は大きい. 2p電子は, 2s電子よりは原子材	
.縛が強くない.したがって,各電子のエネルギーは1s<<2s<	$O(Z=8):[He]2s^22p_x^22p_y^12p_z^1$













31 Ga $[Ar]3d^{10}4s^{2}4p$ 電子はpオービ 32 Ge $[Ar]3d^{10}4s^{2}4p^{2}$ に順番に入る 33 As $[Ar]3d^{10}4s^{2}4p^{3}$ 34 Se $[Ar]3d^{10}4s^{2}4p^{4}$ 35 Br $[Ar]3d^{10}4s^{2}4p^{5}$		
36 Kr $[Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^6$	タル	

・ WebElementsTM Periodic table (http://www.webelements.com/)より





図10・22 元素の第1イオン化エネルギー. 原子番号に対し てプロットしたもの.

ランタニド(稀土類元素)La-Yb

原子番号	元素記号	電子配	置	
57	La	[Xe]5d6s ²		
58	Ce	[Xe]4f5d6s ²	65	オービタルが詰まっ
59	\Pr	$[Xe]4f^36s^2$	t-	後 雷子は4fオービ
60	Nd	$[Xe]4f^46s^2$	たね	
61	Pm	[Xe]4f ⁵ 6s ²	_	てに気田に入る
62	Sm	$[Xe]4f^66s^2$		
63	Eu	[Xe]4f ⁷ 6s ²		
64	Gd	[Xe] 4f ⁷ 5d6s ²		例外:
65	Tb	$[Xe]4f^96s^2$		ᅊᇃᄀᇑᆍᄖᄨ
66	$\mathbf{D}\mathbf{y}$	[Xe]4f ¹⁰ 6s ²		「电丁配但は球」
67	Ho	$[Xe]4f^{11}6s^2$		刈かでのり, 41℃み
68	Er	$[Xe]4f^{12}6s^2$		りも女正になる
69	Tm	[Xe]4f ¹³ 6s ²		
70	Yb	$[Xe]4f^{14}6s^{2}$		



図10・22 元素の第1イオン化エネルギー. 原子番号に対し てプロットしたもの.

75



6月13日, 学生番号, 氏名

(1)3d遷移元素(Sc-Zn)の最外殻電子配置を示し、3d遷移元素のイオン化エネルギーがほぼ等しい理由を説明しなさい.

(2)本日の授業についての意見, 感想, 苦情, 改善提案などを 書いてください.